

# Практическая работа №1: Решение нелинейных уравнений и систем

## Цель работы

Сформировать представление о методах решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, выработать умение составлять и применять алгоритмы для решения уравнений и систем уравнений, привить навык использования программных средств для решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.

## Постановка задачи

Численно решить уравнение и систему уравнений методами Ньютона и простых итераций с заданной точностью  $\epsilon$ . Значение  $\epsilon$  варьируется от 0.1 до 0.000001.

## Порядок выполнения работы

1. При решении уравнения  $f(x) = 0$ :
  1. Графически или аналитически отделить корни уравнения  $f(x) = 0$ , т.е. найти отрезки  $[a, b]$ , на которых функция удовлетворяет условиям теоремы Больцано-Коши.
  2. Составить подпрограмму вычисления функции  $f(x)$ .
  3. Для метода Ньютона:
    1. Составить программу `newton()` для вычисления корня уравнения методом Ньютона с заданной точностью  $\epsilon$ .
    2. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 1 при различных значениях  $\epsilon$ . Сделать выводы.
    3. Для наименьшего корня (**для нечётных вариантов**) и для наибольшего корня (**для чётных вариантов**) заполнить табл. 2 при  $\epsilon = 0.000001$ . Сделать выводы.
    4. Теоретически и экспериментально исследовать скорость сходимости и обусловленность метода. Сделать выводы.
  4. Для метода простых итераций:
    1. Привести уравнение  $f(x) = 0$  к виду  $x = \varphi(x)$ , где  $\varphi(x) = x + \lambda f(x)$ ,  $\lambda$  – некоторая константа. Проверить функцию  $\varphi(x)$  на сходимость. Составить программу `phi()` для функции  $\varphi(x)$ , удовлетворяющей сходимости.
    2. Составить программу `siter()` для вычисления корня уравнения методом простых итераций с заданной точностью  $\epsilon$ .
    3. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 1 при различных значениях  $\epsilon$ . Сделать выводы.
    4. Для наименьшего корня (**для нечётных вариантов**) и для наибольшего корня (**для чётных вариантов**) заполнить табл. 3 при  $\epsilon = 0.000001$ .

\$. Сделать выводы.

5. Теоретически и экспериментально исследовать скорость сходимости и обусловленность метода. Сделать выводы.

2. При решении системы уравнений  $F(X) = 0$ :

1. Графически отделить решения системы нелинейных уравнений  $F(X) = 0$ .

2. Составить подпрограммы для вычисления функций  $f_1(x, y)$  и  $f_2(x, y)$ .

Составить подпрограмму вычисления системы  $F(X)$ .

3. Для метода Ньютона:

1. Составить программу `newts()` для вычисления решений системы уравнений методом Ньютона с заданной точностью  $\epsilon$ .

2. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 4 при указанных значениях  $\epsilon$ . Сделать выводы.

3. Для одного из корней заполнить табл. 5 при  $\epsilon = 0.000001$ . Сделать выводы.

4. Для метода простых итераций:

1. Привести систему  $F(X) = 0$  к виду  $X = \Phi(X)$ , где  $\Phi(X) = X + \Lambda F(X)$ ,  $\Lambda$  – некоторая мажорирующая матрица. Проверить матрицу  $\Phi(X)$  на сходимость. Составить программу `Phi()` для функции  $\Phi(X)$ , удовлетворяющей сходимости.

2. Составить программу `siters()` для вычисления решения системы уравнений методом простых итераций с заданной точностью  $\epsilon$ .

3. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 4 при указанных значениях  $\epsilon$ . Сделать выводы.

4. Для одного из корней заполнить табл. 6 при  $\epsilon = 0.000001$ . Сделать выводы.

## Таблицы

Таблица 1

Значение $\epsilon$	Значение $x_1$	Значение $x_2$	Число итераций $k$
0.1			
...			

Таблица 2

Значение $k$	Значение $x^{(k)}$	Значение $f(x^{(k)})$	Значение $f'(x^{(k)})$	Значение $-f(x^{(k)})/f'(x^{(k)})$
0				
...				

Таблица 3

Значение $k$	Значение $x^{(k)}$	Значение $\varphi(x^{(k)})$
0		
...		

Таблица 4

Значение $\epsilon$	Значение $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$	Значение $\vec{r}_2 = (x_2, y_2)$	Число итераций $k$
0.1			
...			

Таблица 5

Значение $k$	Значение $\vec{r}^{(k)}$	Значение $f_1(\vec{r}^{(k)})$	Значение $f_2(\vec{r}^{(k)})$	Значение $-J^{-1}(\vec{r}^{(k)}) \cdot F(\vec{r}^{(k)})$
0				
...				

Таблица 6

Значение $k$	Значение $\vec{r}^{(k)}$	Значение $\Phi(\vec{r}^{(k)})$
0		
...		

## Варианты заданий

Выполнение работ осуществляется по индивидуальным вариантам заданий (уравнений и систем уравнений). Номер варианта для каждого студента определяется преподавателем.

[Варианты к практической работе №1](#)

## Содержание отчёта

- Цель работы.
- Краткое изложение основных теоретических понятий.
- Постановка задачи с кратким описанием порядка выполнения работы.
- Графическое или аналитическое решение уравнения. Обоснование выбора начального приближения.
- Необходимые рисунки и таблицы с краткими выводами.
- Теоретические скорости сходимости методов и их экспериментальное доказательство. Сравнение методов.
- Общий вывод по проделанной работе.
- Код программы.

From:  
<http://se.moevm.info/> - [se.moevm.info](http://se.moevm.info/)

Permanent link:  
[http://se.moevm.info/doku.php/courses:computational\\_mathematics:prac1?rev=1650130770](http://se.moevm.info/doku.php/courses:computational_mathematics:prac1?rev=1650130770)

Last update: **2022/12/10 09:08**

