

Практическая работа №1: Решение нелинейных уравнений и систем

Цель работы

Сформировать представление о методах решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, выработать умение составлять и применять алгоритмы для решения уравнений и систем уравнений, привить навык использования программных средств для решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.

Постановка задачи

Численно решить уравнение и систему уравнений методами Ньютона и простых итераций с заданной точностью ϵ . Значение ϵ варьируется от 0.1 до 0.000001.

Порядок выполнения работы

1. При решении уравнения $f(x) = 0$:
 1. Графически или аналитически отделить корни уравнения $f(x) = 0$, т.е. найти отрезки $[a, b]$, на которых функция удовлетворяет условиям теоремы Больцано-Коши.
 2. Составить подпрограмму вычисления функции $f(x)$.
 3. Для метода Ньютона:
 1. Составить программу `newton()` для вычисления корня уравнения методом Ньютона с заданной точностью ϵ .
 2. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 1 при различных значениях ϵ . Сделать выводы.
 3. Для наименьшего корня (**для нечётных вариантов**) и для наибольшего корня (**для чётных вариантов**) заполнить табл. 2 при $\epsilon = 0.000001$. Сделать выводы.
 4. Теоретически и экспериментально исследовать скорость сходимости и обусловленность метода. Сделать выводы
 4. Для метода простых итераций:
 1. Привести уравнение $f(x) = 0$ к виду $x = \varphi(x)$, где $\varphi(x) = x + \lambda f(x)$, λ – некоторая константа. Проверить функцию $\varphi(x)$ на сходимость. Составить программу `phi()` для функции $\varphi(x)$, удовлетворяющей сходимости.
 2. Составить программу `siter()` для вычисления корня уравнения методом простых итераций с заданной точностью ϵ .
 3. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 1 при различных значениях ϵ . Сделать выводы.
 4. Для наименьшего корня (**для нечётных вариантов**) и для наибольшего корня (**для чётных вариантов**) заполнить табл. 3 при $\epsilon = 0.000001$

\$. Сделать выводы.

5. Теоретически и экспериментально исследовать скорость сходимости и обусловленность метода. Сделать выводы.

2. При решении системы уравнений $F(X) = 0$ \$:

1. Графически отделить решения системы нелинейных уравнений $F(X) = 0$ \$.

2. Составить подпрограммы для вычисления функций $f_1(x, y)$ \$ и $f_2(x, y)$ \$.

Составить подпрограмму вычисления системы $F(X)$ \$.

3. Для метода Ньютона:

1. Составить программу `newts()` для вычисления решений системы уравнений методом Ньютона с заданной точностью ϵ \$.

2. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 4 при указанных значениях ϵ \$. Сделать выводы.

3. Для одного из корней заполнить табл. 5 при $\epsilon = 0.000001$ \$. Сделать выводы.

4. Для метода простых итераций:

1. Привести систему $F(X) = 0$ \$ к виду $X = \Phi(X)$ \$, где $\Phi(X) = X + \Lambda F(X)$ \$, Λ \$ - некоторая мажорирующая матрица. Проверить матрицу $\Phi(X)$ \$ на сходимость. Составить программу `Phi()` для функции $\Phi(X)$ \$, удовлетворяющей сходимости.

2. Составить программу `siters()` для вычисления решения системы уравнений методом простых итераций с заданной точностью ϵ \$.

3. Провести вычисления по программе для каждого корня. Заполнить табл. 4 при указанных значениях ϵ \$. Сделать выводы.

4. Для одного из корней заполнить табл. 6 при $\epsilon = 0.000001$ \$. Сделать выводы.

Таблицы

Таблица 1

Значение ϵ \$	Значение x_1 \$	Значение x_2 \$	Число итераций k \$
0.1			
...			

Таблица 2

Значение k \$	Значение $x^{(k)}$ \$	Значение $f(x^{(k)})$ \$	Значение $f'(x^{(k)})$ \$	Значение $-f(x^{(k)})/f'(x^{(k)})$ \$
0				
...				

Таблица 3

Значение k \$	Значение $x^{(k)}$ \$	Значение $\varphi(x^{(k)})$ \$
0		
...		

Таблица 4

Значение ϵ	Значение $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$	Значение $\vec{r}_2 = (x_2, y_2)$	Число итераций k
0.1			
...			

Таблица 5

Значение k	Значение $\vec{r}^{(k)}$	Значение $f_1(\vec{r}^{(k)})$	Значение $f_2(\vec{r}^{(k)})$	Значение $-J^{-1}(\vec{r}^{(k)}) \cdot F(\vec{r}^{(k)})$
0				
...				

Таблица 6

Значение k	Значение $\vec{r}^{(k)}$	Значение $\Phi(\vec{r}^{(k)})$
0		
...		

Варианты заданий

Выполнение работ осуществляется по индивидуальным вариантам заданий (уравнений и систем уравнений). Номер варианта для каждого студента определяется преподавателем.

[Варианты к практической работе №1](#)

From:

<http://se.moevm.info/> - se.moevm.info

Permanent link:

http://se.moevm.info/doku.php/courses:computational_mathematics:prac1?rev=1650130998

Last update: 2022/12/10 09:08

