

Практическая работа №2: Изучение понятия обусловленности вычислительной задачи

Цель работы

Исследование обусловленности задачи нахождения корня уравнения на примере линейной функции.

Основные теоретические положения

Под обусловленностью вычислительной задачи понимают чувствительность ее решения к малым погрешностям входных данных.

Задачу называют хорошо обусловленной, если малым погрешностям входных данных отвечают малые погрешности решения, и плохо обусловленной, если возможны сильные изменения решения. Количественной мерой степени обусловленности вычислительной задачи является число обусловленности, которое можно интерпретировать как коэффициент возможного возрастания погрешностей в решении по отношению к вызвавшим их погрешностям входных данных. Пусть между абсолютными погрешностями входных данных x^* и решения y установлено неравенство: $|\Delta(y^*)| \leq \nu_{\Delta} |\Delta(x^*)|$, где x^* и y^* – приближённые входные данные и приближённое решение соответственно. Тогда величина ν_{Δ} называется абсолютным числом обусловленности.

Если же установлено неравенство $|\delta(y^*)| \leq \nu_{\delta} |\delta(x^*)|$ между относительными ошибками данных и решения, то величину ν_{δ} называют относительным числом обусловленности. Для плохо обусловленной задачи $\nu_{\delta} \gg 1$. Грубо говоря, если $\nu_{\delta} = 10^N$, где ν_{δ} – относительное число обусловленности, то порядок N показывает число верных цифр, которое может быть утеряно в результате по сравнению с числом верных цифр входных данных.

Ответ на вопрос о том, при каком значении ν задачу следует признать плохо обусловленной, зависит, с одной стороны, от предъявляемых требований к точности решения и, с другой, – от уровня обеспечиваемой точности исходных данных. Например, если требуется найти решение с точностью 0.1%, а входная информация задается с точностью 0.02%, то уже значение $\nu = 10$ сигнализирует о плохой обусловленности. Однако, при тех же требованиях к точности результата, гарантия, что исходные данные задаются с точностью не ниже 0.0001%, означает, что при $\nu = 10^3$ задача хорошо обусловлена.

Если рассматривать задачу вычисления корня уравнения $y = f(x)$, то роль числа обусловленности будет играть величина $\nu_{\Delta} = \frac{1}{|f'(x)|}$, где x – корень уравнения.

Постановка задачи

Используя программу *task2.exe*, исследовать обусловленность задачи нахождения корня уравнения $f(x) = 0$ для линейной функции $f(x) = c(x - d)$. Значения функции $f(x)$ следует вычислить приближенно с точностью δ , варьируемой в пределах от 0.1 до 0.000001.

Порядок выполнения работы

1. Графически или аналитически отделить корень уравнения $f(x) = 0$, т.е. найти отрезки $[a, b]$, на которых функция удовлетворяет условиям применимости метода бисекции.
2. Запустить программу *task2.exe*. Ввести значения, необходимые для запуска программы.
3. Провести вычисления по программе, варьируя значения параметров c (тангенс угла наклона прямой), ϵ (точность вычисления корня) и δ (точность задания исходных данных).
4. Проанализировать полученные результаты и обосновать выбор точности ϵ вычисления корня. Сопоставить полученные теоретические результаты с экспериментальными данными.

Значение параметра d выбирается каждым студентом самостоятельно и согласовывается с преподавателем.

Содержание отчёта

- Цель работы.
- Краткое изложение основных теоретических понятий.
- Постановка задачи с кратким описанием порядка выполнения работы.
- Таблицы с вычислениями при различных вариациях параметров.
- Краткие выводы по полученным результатам.
- Общий вывод по проделанной работе.
- Код программы.

From:
<http://se.moevm.info/> - se.moevm.info

Permanent link:
http://se.moevm.info/doku.php/courses:computational_mathematics:prac2?rev=1623705302

Last update: **2022/12/10 09:08**

