

Практическая работа №4: Алгоритм Ремеза

Цель работы

Освоение и реализация алгоритма Ремеза для построения полиномов наилучшего равномерного приближения средствами GNU Octave.

Основные теоретические положения

Алгоритм Ремеза (алгоритм замены Ремеза) – это итеративный алгоритм равномерного аппроксимирования функций $f \in C[a, b]$, основанный на теореме П. Л. Чебышёва об альтернансе. Предложен Е. Я. Ремезом в 1934 году.

Теоретической основой алгоритма Ремеза является следующая теорема:

Теорема. Для того, чтобы некоторый многочлен $P^*(x)$ степени не выше n был многочленом, наименее уклоняющимся от $f \in C[a, b]$, необходимо и достаточно, чтобы на $[a, b]$ нашлась по крайней мере одна система из $n + 2$ точек x_i , $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_{n+1} \leq b$, в которых разность $f(x) - P^*(x)$:

1. поочерёдно принимает значения разных знаков,
2. достигает по модулю наибольшего на $[a, b]$ значения.

Такая система точек называется чебышёвским альтернансом.

Пусть E_n – величина наилучшего приближения функции $f(x)$ многочленами степени n . Оценку E_n снизу даёт следующая теорема:

Теорема Валле-Пуссена. Если для функции $f \in C[a, b]$ некоторый многочлен $P(x)$ степени n обладает тем свойством, что разность $f(x) - P(x)$ на некоторой системе из $n + 2$ упорядоченных точек x_i принимает значения с чередующимися знаками, то $E_n(f) \geq \min |f(x_i) - P(x_i)|$.

Постановка задачи

С помощью алгоритма Ремеза найти многочлены наилучшего равномерного приближения 5-й и 10-й степени для функции $f(x) = \frac{A}{x^2 + px + q}$ на отрезке $[a, b]$. Значения a , b , A , p , q берутся из п/р №3.

Порядок выполнения работы

1. Реализовать функцию $f()$ для вычисления значений в функции $f(x)$.
2. Реализовать функцию $\text{remez}()$, выполняющая алгоритм Ремеза.

3. Построить полиномы 5-ой и 10-ой степени. Для полинома 5-ой степени построить кривые на 1-ой, 2-ой, 3-ей, 4-ой, 6-ой и последней итерации, а для полинома 10-ой степени – 1-ой, 2-ой, 3-ей, 5-ой, 7-ой, 10-ой и последней итерации. Для сравнения полиномы выводить на графике вместе с функцией $f(x)$.
4. Для каждого из полиномов заполнить таблицу, сделать выводы:

Номер шага	Значение σ	Значение $R_{\max}$	Значение ε
1			
2			
...			

Содержание отчёта

- Цель работы.
- Краткое изложение основных теоретических понятий.
- Постановка задачи с кратким описанием порядка выполнения работы.
- Графики интерполяционных многочленов и их вид.
- Таблицы для оценки погрешности.
- Общий вывод по проделанной работе.
- Код программы.

From:
<http://se.moevm.info/> - **se.moevm.info**

Permanent link:
http://se.moevm.info/doku.php/courses:computational_mathematics:prac4?rev=1611947825

Last update: **2022/12/10 09:08**

