

Эвристические алгоритмы

Эвристический алгоритм - алгоритм решения задачи, правильность которого для всех возможных случаев не доказана, но про который точно известно, что он дает достаточно хорошее решение в большинстве случаев.

Эвристика - это не полностью математически обоснованный, но при этом практически полезный алгоритм. Особенности:

- Не гарантирует нахождение лучшего решения.
- Не гарантирует нахождение решения, даже если оно заведомо существует.
- Может давать совершенно неверный результат в определенных случаях.

Алгоритм поиска A^*

Алгоритм поиска «А-звездочка» относится к эвристическим алгоритмам поиска по первому лучшему совпадению на графе с положительными (>0) весами рёбер, который находит маршрут с наименьшей стоимостью от одной вершины в другой.

В отличие от алгоритма Дейкстры, использует эвристическую функцию.

Идея алгоритма: A^* пошагово просматривает все пути, ведущие от начальной вершины к конечной, пока не найдет минимальный путь. Как и все эвристические алгоритмы поиска, алгоритм сначала просматривает те маршруты и те ребра, которые кажутся ведущими к цели. От жадного алгоритма его отличает то, что при выборе вершины он учитывает весь путь до неё.

В начале работы просматриваются узлы, смежные с начальным. Выбирается тот, который имеет минимальное значение $f(x)$, после чего узел раскрывается. В начале работы алгоритм оперирует с множеством нераскрытых вершин.

Затем $f(x) = h(x) + g(x)$ - к эвристической функции прибавляется путь до текущей вершины.

Структура Вирта - удобная структура для хранения планарных графов. Удобнее, чем списки смежности.

Псевдокод

```
FUNCTION A*(start,end)
    closedset = the empty set // Множество вершин, которые уже были
    обработаны(раскрыты)
    openset = {start} // Множество вершин(очередь), которые предстоит
    обработать(раскрыть).
    // Изначально здесь присутствует только начальная вершина start.
    fromset = the empty set // Карта пройденных вершин. Используется функцией
    RECONSTRUCT_PATH
    для восстановления пути (вывода результата).
```

```
// Заполняем свойства вершины start
G(start) = COST(start,start) = 0 // Стоимость пути от начальной вершины. У
start g(x) = 0.
F(start) = G(start) + H(start,end) // h(x) - эвристическая оценка
расстояния до цели.
// Основной цикл алгоритма
WHILE openset IS NOT EMPTY
    curr = MIN_F(openset) // Вершина из openset имеющая самую низкую
оценку f(x).
    IF (curr = end) RETURN RECONSTRUCT_PATH(fromset,start,end) //
Выводим результат.
    REMOVE curr FROM openset // Вершина curr пошла на обработку, а значит её
следует удалить из очереди на обработку.
    ADD curr TO closedset // И добавить в список уже обработанных.
    FOREACH neighbour OF curr neighbours // Проверяем каждого соседа curr
        IF neighbour IN closedset CONTINUE // Пропускаем соседей из
закрытого списка (предварительный, ожидаемый)
            tentative_g_score = G(curr) + COST(curr,neighbour) //
Вычисляем g(x) для обрабатываемого соседа
            IF neighbour NOT IN openset // Если сосед curr ещё не в открытом
списке
                ADD neighbour TO openset //добавим его туда
                tentative_is_better = TRUE // вводим признак того, что нужно
обновить свойства для соседней вершины
            ELSE // Сосед был в открытом списке, а значит мы уже знаем его g(x),
h(x) и f(x)
                IF tentative_g_score < G(neighbour) // Вычисленная g(x)
оказалась меньше, а значит нужно будет обновить значения g(x), h(x), f(x)
                    tentative_is_better = TRUE
                ELSE // Вычисленная g(x) оказалась больше, чем имеющаяся в
openset.
                    // Это означает, что из вершины curr путь через этого соседа дороже
                    // т.е. существует менее дорогой маршрут, пролегающий через этого соседа (из
какой-то другой вершины, не из curr)
                    // Поэтому данного соседа мы игнорируем
                    tentative_is_better = FALSE
            // Обновление свойств соседа.
            IF tentative_is_better = TRUE
                fromset(neighbour) = curr //Вершина с которой мы пришли.
Используется для реконструкции пути.
                G(neighbour) = tentative_g_score
                F(neighbour) = G(neighbour) + H(neighbour, end)
            // Обратите внимание, что если происходит обновление свойств - значит
neighbour(сосед curr) так или иначе находится в openset.
            // Т.е. при следующей итерации внешнего цикла из openset будет извлечена
вершина с наименьшей оценкой f(x).
            // Не исключено, что она окажется соседом нашего curr, которого мы только что
добавили.
            // В общем это самая важная особенность алгоритма A*.
RETURN FAILURE // управление передаётся сюда когда openset пуст,а вершина end не
найдена (путь найти не удалось)
```

```
// Восстанавливаем результирующий путь.
// Путь можно проследить только от заданной вершины(чаще всего это end) к
// старту(каждая вершина имеет пути находится в fromset, чем мы и воспользуемся).

FUNCTION RECONSTRUCT_PATH(fromset,start,end)
  pathset = the empty list // Упорядоченное множество результирующих вершин
  пути.
  curr = end // Поиск начинается от финиша.
  ADD curr TO pathset // Добавляем end в результирующий путь.
  WHILE curr <> start // Добавляем в путь все вершины от end до start.
    curr = fromset(curr) // Получаем вершину из которой пришли в curr.
    ADD curr TO pathset // Добавить вершину в результирующий путь.
  RETURN REVERSE(pathset) // Так как мы построили путь от end к start, то
  результирующий набор вершин необходимо перевернуть.
```

Эвристическая функция

Доказано, что $f(A^*)$ всегда дает лучший маршрут для конкретной эвристической функции.

Под **эвристической функцией** понимается аппарат, позволяющий априорно выбрать тот элемент, который быстрее приведет к решению задачи. Для $f(A^*)$ используется несколько эвристических функций:

- **Манхэттенское расстояние.** При движении по сетке по четырем направлениям. $h(u) = |u_x - \text{goal.x}| + |u_y - \text{goal.y}|$
- **Расстояние Чебышева.** При движении по 9 направлениям по сетке. $h(u) = \max (|u_x - \text{goal.x}|, |u_y - \text{goal.y}|)$
- Для планарного графа. $h(u) = \sqrt{(u_x - \text{goal.x})^2 + (u_y - \text{goal.y})^2}$

Требования к эвристической функции:

- Монотонность.
- Согласование единиц измерения с неэвристической функцией. Если они измеряются в разных величинах (например, $g(x)$ — это расстояние в километрах, а $h(x)$ — оценка времени пути в часах) $f(A^*)$ может выдать некорректный результат.

Свойства $f(A^*)$

1. **Допустимость.** Если решение существует, с помощью этого алгоритма оно будет найдено.
2. **Оптимальность.** Найденное решение всегда оптимально.
3. **Эффективность.** Не существует в данный момент алгоритмов, который находят решение быстрее с применением той же эвристической функции. $f(A^*)$ в ходе решения раскрывает минимальное количество вершин.

Временная сложность

Обычно алгоритм A^* просматривает только часть вершин. Однако, в лабиринтах быстродействие приближается к худшему случаю. Быстродействие алгоритма существенно зависит от двух факторов:

- Точность эвристической функции.
- Реализация контейнеров известных и исследованных вершин: наиболее затратными операциями в алгоритме есть операции сложения, изъятия и изменения элементов в списках известных и исследованных вершин. По их быстродействию существенно влияют конкретные реализации этих структур данных.

Пусть имеется множество вершин в графе, информация о вершинах и ребрах доступна до начала работы алгоритма, использованная эвристическая функция — монотонная. Список известных вершин реализован как бинарная куча, список исследованных — как массив. Тогда алгоритм A^* имеет квадратичную зависимость от количества вершин графа и худшее время работы:

$$O(|V|^2)$$

Функция `MIN_F` (`openset`) может быть оптимизирована. Если каждая вершина хранится как указатель на соответствующий объект в куче, то время работы функции уменьшится с квадратичного до логарифмического, а общее время работы алгоритма — до линейно-логарифмического:

$$O(|V| \cdot \log |V|)$$

From: <https://se.moevm.info/> - МОЭВМ Вики [se.moevm.info]

Permanent link: https://se.moevm.info/doku.php/courses:algorithms_building_and_analysis:materials:a_star_ways

Last update:

