Нейронные сети

Искусственные нейронные сети - *совокупность моделей, которые представляют собой сеть элементов* - *искусственных нейронов, связанных между собой синаптическими соединениями.*

Основа таких сетей – использование большого числа простых нелинейных вычислительных элементов, называемых нейронами. Эти элементы организованы в виде сетей, напоминающих способ соединения нейронов в мозге.

Работа сети состоит в преобразовании входных сигналов во времени, в результате чего меняется внутреннее состояние сети и формируются выходные воздействия.

НС делают попытку имитировать организацию нервной системы биологических существ на таких уровнях как память, обработка сенсорной информации, моторика.

Нейронные сети

Нейронные сети используются как среда, в которой осуществляется адаптивная настройка параметров дискриминантных функций. Настройка происходит при последовательном предъявлении обучающих выборок образов из разных классов.

Обучение - *такой выбор параметров нейронной сети, при котором сеть лучше всего справляется с поставленной проблемой.*

Обучение - это задача многомерной оптимизации, и для ее решения существует множество алгоритмов.

Нейронные сети. 60-е годы

В начале 60-х годов появились модели обучающихся машин названные персептронами – ИНС, состоящие из одного слоя искусственных нейронов с обучением. Для них было доказано, что при обучении с помощью линейно разделимых выборок, сходимость к решению достигается за конечное число итеративных шагов. Решение имеет вид набора коэффициентов уравнений гиперплоскостей правильно разделяющих классы, представленные образами из обучающей выборки.

В области ИНС работали такие ученые как: М. Минский, Ф. Розенблатт, Б. Уидроу и др.

Однако персептроны не оправдали надежд из-за того, что они были недостаточно мощными и не было эффективных алгоритмов их обучения.

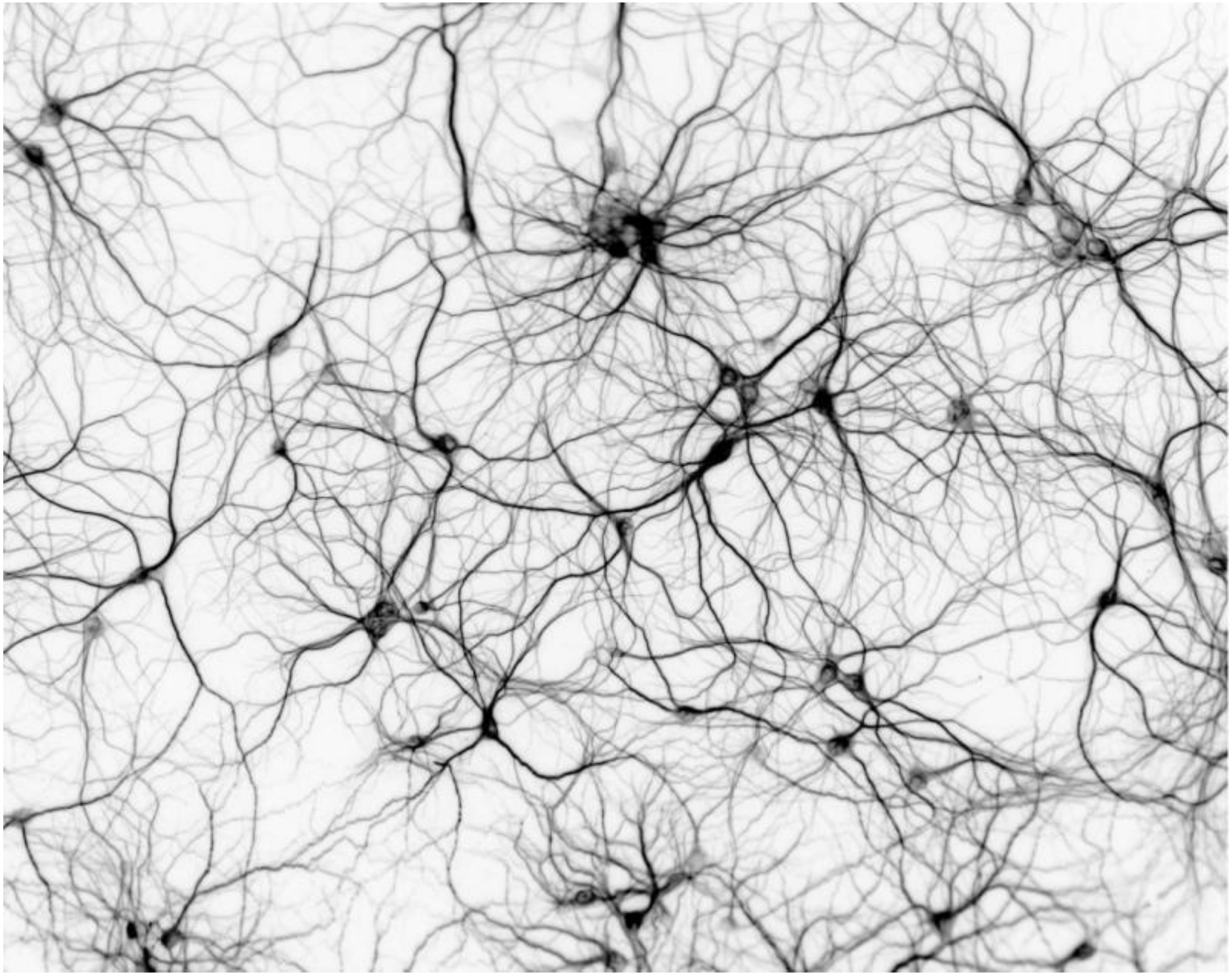
Нейронные сети. 80-е годы

Несколько наиболее активных ученых, таких, как Т. Кохонен, С. Гроссберг, Дж. Андерсон продолжили исследования в 70-80 годы.

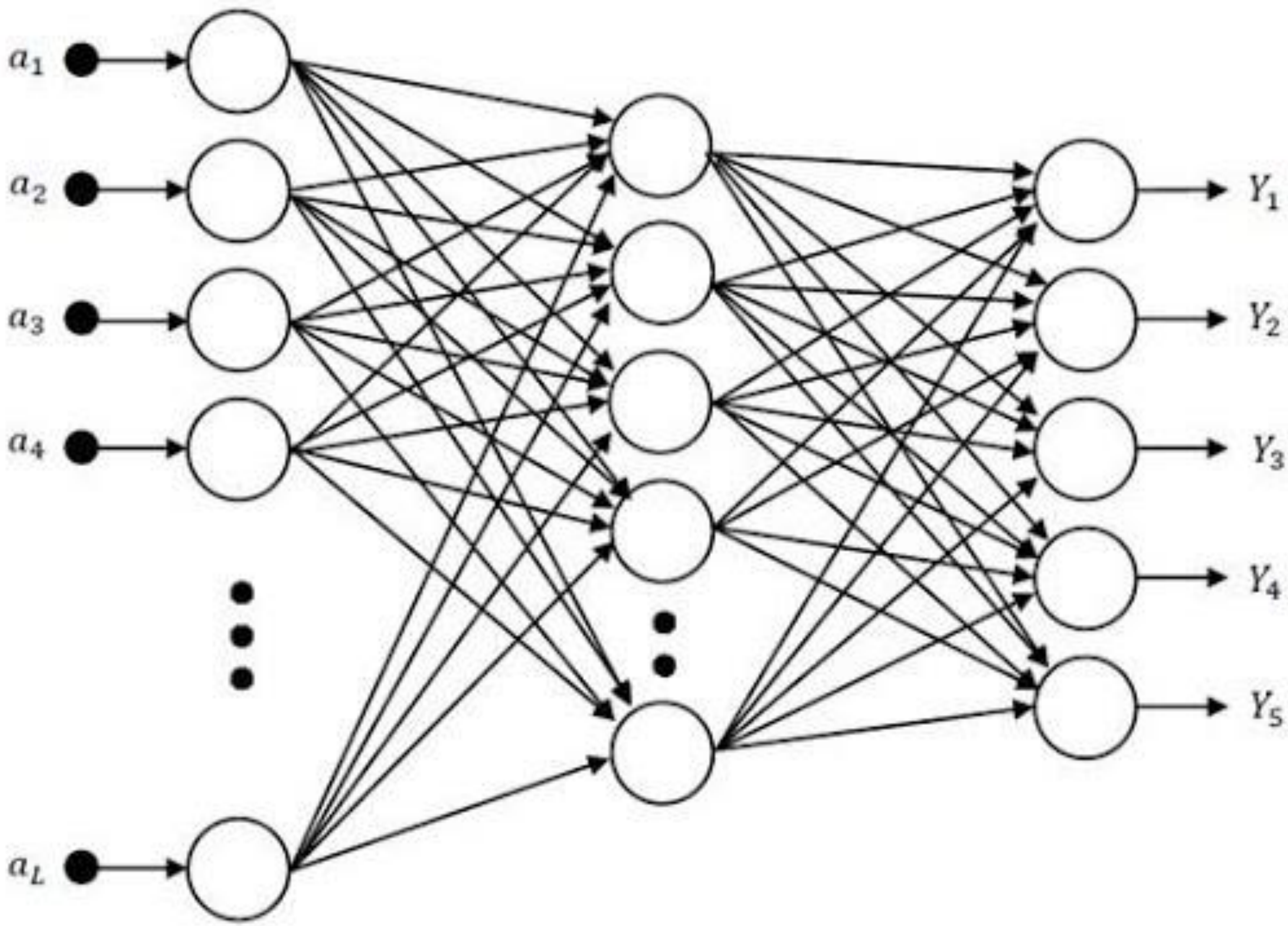
В конце 80-х был предложен метод, называемый **обобщенным дельта - правилом обучения при помощи обратного распространения ошибки**. Этот метод позволил эффективно обучать многослойные нейронные сети.

Для этого метода не удалось теоретически доказать его конечную сходимость к правильному решению, но он был с успехом применен для большого числа практических задач. Поэтому многослойные сети, подобные персептрону в настоящее время являются основной моделью нейронных сетей.

Биологические нейросети



Искусственные нейросети



Свойства биологических нейросетей

- *Параллельность обработки информации*
- *Способность к полной обработке информации*
- *Самоорганизация*
- *Аналоговость*
- *Надежность*

Свойства искусственных нейросетей

- *Обучаемость*
- *Способность к обобщению*
- *Способность к абстрагированию*
- *Параллельность обработки и реализуемость НС*

Параллельные компьютеры пока не получили распространения по следующим причинам: большая плотность связей, трехмерность структуры связей между процессорами, сложность программирования.

Возможности обработки информации с использованием ИНС

НС является достаточно универсальным средством обработки информации и может рассматриваться как:

- *гибкая модель для нелинейной аппроксимации многомерных функций;*
- *средство прогнозирования во времени процессов, зависящих от многих переменных;*
- *классификатор по многим признакам, дающий разбиение входного пространства на области;*
- *средство распознавания образов;*
- *инструмент для поиска и классификации по ассоциациям;*
- *модель для поиска закономерностей в массивах данных.*

Уникальное свойство нейросетей - **универсальность**.

Задачи, успешно решаемые ИНС

- *Распознавание зрительных, слуховых образов (от распознавания текста и целей на экранах систем освещения обстановки до систем голосового управления).*
- *Ассоциативный поиск информации и создание ассоциативных моделей.*
- *Синтез речи; формирование естественного языка.*
- *Формирование моделей и различных нелинейных и трудно описываемых математически систем, прогнозирование развития этих систем во времени.*
- *Системы управления и регулирования с предсказанием.*
- *Управление роботами, другими сложными устройствами - разнообразные конечные автоматы, системы массового обслуживания и коммутации, телекоммуникационные системы.*
- *Принятие решений и диагностика, исключающие логический вывод; особенно в областях, где отсутствуют четкие математические модели: в медицине, криминалистике, финансовой сфере.*

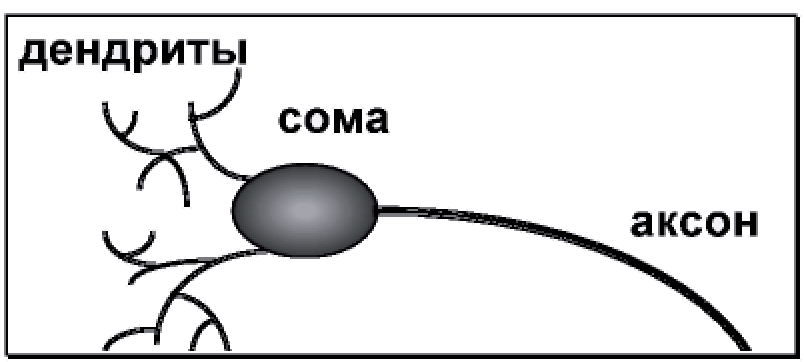
Преимущества нейронных сетей

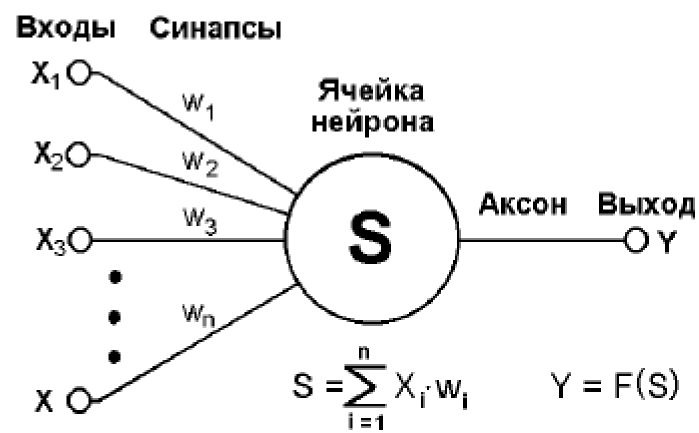
- По сравнению с линейными методами статистики НС позволяют эффективно строить нелинейные зависимости. Из нелинейных методов классической статистики распространен только байесовский классификатор, строящий квадратичную разделяющую поверхность. ИНС может построить поверхность более высокого порядка. Альтернативой НС при построении сложных нелинейных моделей является только метод группового учета аргументов.
- Для сжатия и *визуализации данных* в статистике разработан метод линейных главных компонент. Нейросети-автоассоциаторы позволяют эффективнее сжимать данные за счет построения нелинейных отображений и визуализировать данные в пространстве меньшего числа нелинейных главных компонент.
- По сравнению с методами непараметрической статистики нейронная сеть с радиальными базисными функциями позволяет сокращать число ядер, оптимизировать координаты и размытость каждого ядра.

Модель нейрона

Модель содержит три основные части:

- сумматор с преобразованием линейным или нелинейным входного сигнала (имитирует функцию тела клетки);
- синаптические связи с регулируемыми (настраиваемыми) «весами», передающие входные сигналы к сумматору (являются аналогами дендритов с синапсами);
- выход сумматора с разветвлением сигналов (служит эквивалентом аксона).





Будучи соединенными определенным образом, нейроны образуют нейронную сеть.

Нейронная сеть

Искусственная нейронная сеть - параллельная связная сеть простых адаптивных элементов, которая взаимодействует с объектами реального мира аналогично биологической нервной системе.

В зависимости от функций, выполняемых нейронами в сети, можно выделить три их типа:

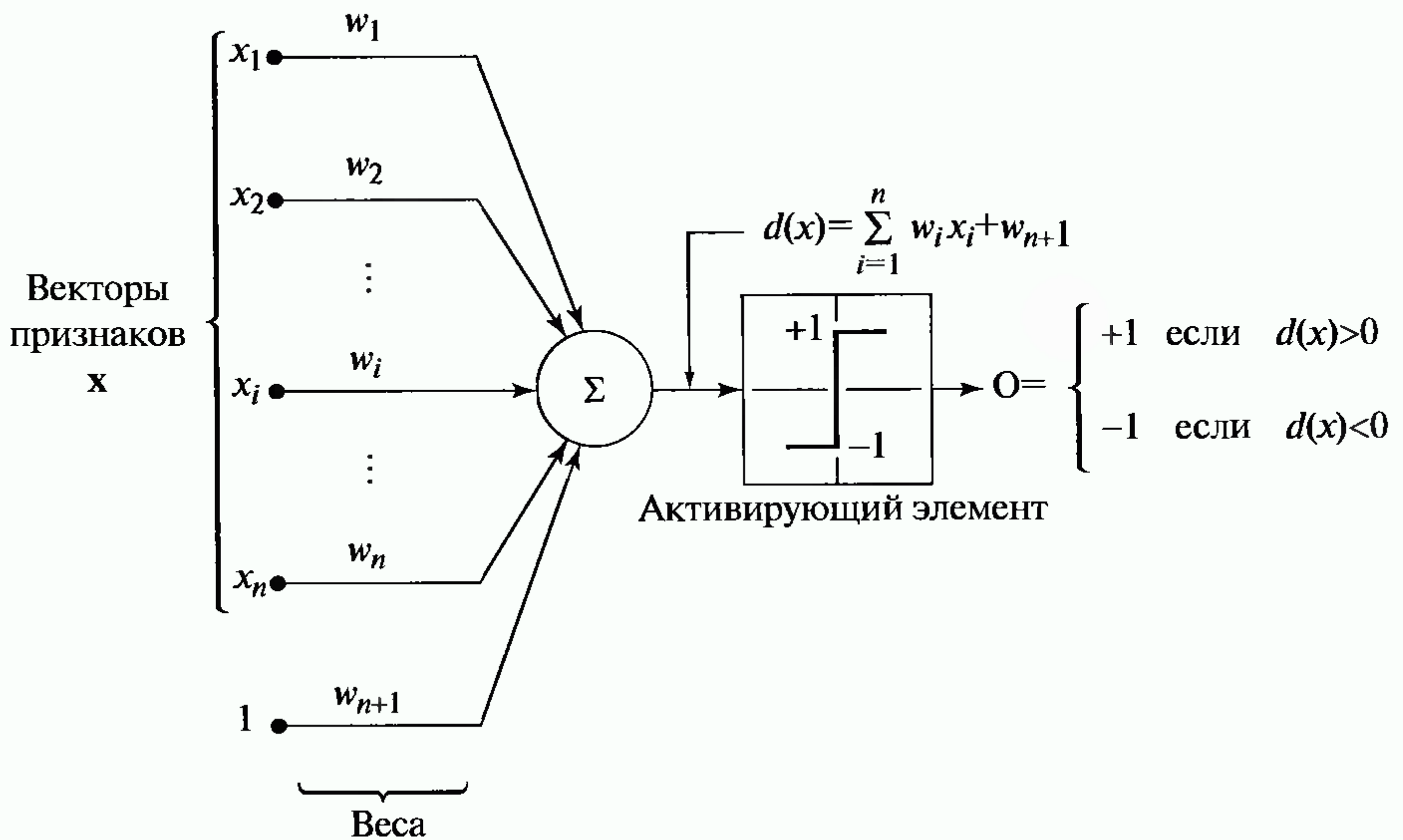
– входные нейроны;
– выходные нейроны;
– промежуточные нейроны.

Искусственная нейронная сеть - множество нейронов, соединенных между собой т.о., что: 1) ряд нейронов отмечены, как входные, а некоторые другие как выходные, 2) активационные функции считаются неизменными в работе сети, а веса являются параметрами сети и корректируются.

Смысл работы НС заключается в преобразовании некоторого входного вектора X в выходной У требуемый. Причем преобразования регулируется путем корректировки весов.

Персептрон для двух классов
Схема 1

Персептроном называют любую нейронную сеть слоистой структуры, состоящую из нейронов с активационными функциями единичного скачка (бинарная сеть).



Персептрон для двух классов

Обучение

При обучении осуществляется адаптация персептрона к предъявляемым эталонным образцам путем модификации (в соответствии с тем или иным алгоритмом) весовых коэффициентов.

В простой форме при обучении персептрона строится линейная дискриминантная функция. Выходной сигнал определяется как сумма взвешенных значений входного сигнала.

$$d(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + w_{n+1},$$

Этот сигнал и есть дискриминантная функция по отношению к вектору признаков.

Коэффициенты $w_i \quad i = 1,2,....n, n+1$ масштабируют входные компоненты вектора перед суммированием и подачей на пороговое устройство.

Персептрон для двух классов
Активирующая функция

Функцию, которая переводит результат суммирования в выходной сигнал устройства называют активирующей функцией.

Если **d(x) = 0**, то объект **x** лежит на разделяющей поверхности и результат не определен.

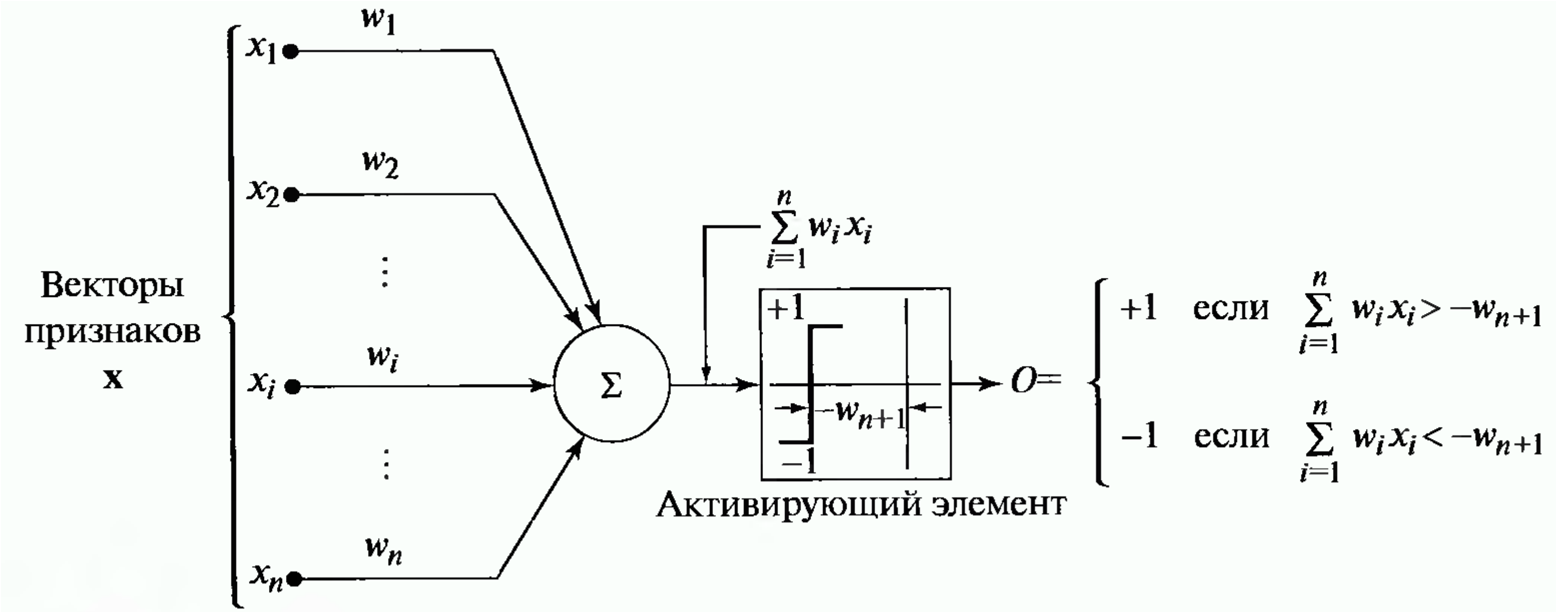
Уравнение разделяющей поверхности

$$d(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i + w_{n+1} = 0$$

Первые **n** коэффициентов задают направление гиперплоскости, а член w_{n+1} пропорционален расстоянию от начала координат до гиперплоскости. Тогда если $w_{n+1} = 0$
то гиперплоскость проходит через начало координат.

Персептрон для двух классов
Схема 2

Другая схема персептрона выглядит так



В этой эквивалентной схеме пороговая функция смещается на величину $-w_{n+1}$

Персептрон для двух классов
Расширенный вектор признаков

В другом представлении в вектор признаков добавляется постоянная компонента равная 1, независимо от того какому классу принадлежит объект. Иначе говоря строится расширенный вектор признаков **y.**

$$y_i = x_i, \quad i = 1,2,...n; y_{n+1} = 1.$$

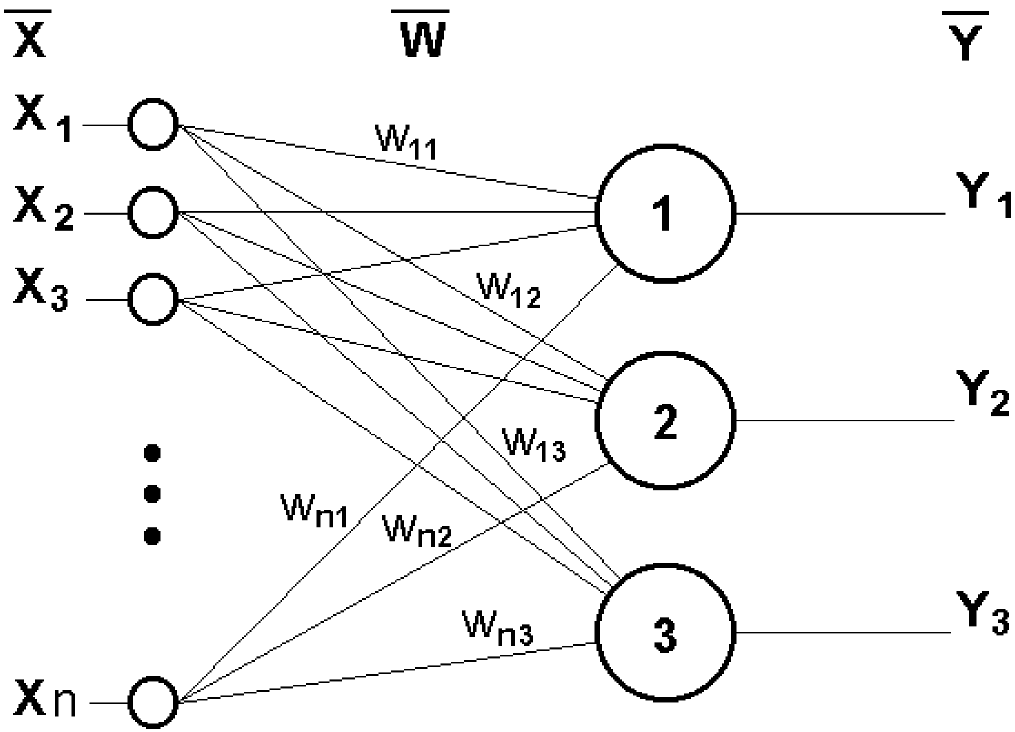
Тогда запись дикриминантной функции получается более удобной

$$d(y) = \sum_{i=1}^{n+1} w_i y_i = w^T y$$

$$y = (y_1, y_2, ..., y_n, 1)^T$$

Какая бы схема не использовалась, главная задача – найти весовой вектор **w** по обучающей выборке.

Трехнейронный персептрон



На *n* входов поступают сигналы, проходящие по синапсам на 3 нейрона, образующие единственный слой этой НС и выдающие три выходных сигнала:

$$y_j = f\left[\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot w_{ij}\right], \quad j=1...3 \qquad \text{или} \qquad \mathbf{Y=F(XW)}$$

Обучение нейронных сетей
Основные понятия

Под обучением понимается целенаправленное изменение (подстройка) весовых коэффициентов синаптических связей из условий достижения требуемых характеристик сети, т.е. желаемая реакция на входные воздействия.

Алгоритмы обучения делятся на: детерминистские и стохастические.

По характеру обучения нейронные сети делят на: нейронные сети, использующие обучение с учителем; нейронные сети, использующие обучение без учителя.

В зависимости от вида сети настройка весов производится двумя способами: сети с фиксированными связями и сети с динамическими связями.

Базовый принцип обучения - это минимизация эмпирической ошибки между желаемым выходом сети и фактической реакцией нейронной сети.

Персептрон для двух классов
Алгоритмы обучения

Линейно разделимые классы

Пусть есть две обучающие выборки расширенных векторов признаков объектов, принадлежащих разным классам ω_1 и ω_2 соответственно. Пусть есть начальный вектор весовых коэффициентов $w(1)$, который задан произвольно.

Тогда на к-том шаге итерации если $y(k) \in \omega_1$ и $w^T y(k) \le 0$ то $w(k)$ заменяется на $w(k+1)$ по следующему правилу:

$$w(k+1) = w(k) + cy(k)$$

где **c** – положительный коэффициент коррекции.

Если же $y(k) \in \omega_2$ и $w^T y(k) \ge 0$ то замена выполняется так

$$w(k+1) = w(k) - cy(k)$$

В остальных случаях вектор весов не изменяется

$$w(k+1) = w(k)$$

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

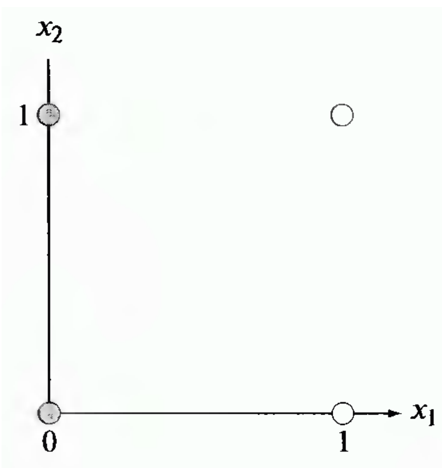
Линейно разделимые классы

Этот алгоритм вносит изменения в вектор весов только в тех случаях, когда на **к**-ом шаге обработки обучающей выборки объект классифицируется ошибочно. Коэффициент **c** считается положительным и постоянным.

Сходимость алгоритма наступает, когда обучающие выборки обоих классов классифицируются правильно.

Доказана теорема сходимости персептрона. Алгоритм с постоянным коэффициентом коррекции сходится за конечное число шагов, если две обучающие выборки линейно разделимы.

Пример



Обучающие выборки –
каждая состоит из двух образов.
Очевидно, что они линейно разделимы

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно разделимые классы

Произведем расширение векторов признаков. В результате получим обучающие выборки $\{(0,0,1)^T, (0,1,1)^T\}$ для первого класса и $\{(1,0,1)^T, (1,1,1)^T\}$ для второго класса.

Выберем **c = 1** и **w(1) = 0** и будем подавать образы в порядке следующей последовательности шагов.

$$\mathbf{w}^T(1)\mathbf{y}(1) = [0,0,0]\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = 0 \qquad \mathbf{w}(2) = \mathbf{w}(1) + \mathbf{y}(1) = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}^T(2)\mathbf{y}(2) = [0,0,1]\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix} = 1 \qquad \mathbf{w}(3) = \mathbf{w}(2) = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}^T(3)\mathbf{y}(3) = [0,0,1]\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} = 1 \qquad \mathbf{w}(4) = \mathbf{w}(3) - \mathbf{y}(3) = \begin{bmatrix}-1\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}^T(4)\mathbf{y}(4) = [-1,0,0]\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = -1 \qquad \mathbf{w}(5) = \mathbf{w}(4) = \begin{bmatrix}-1\\0\\0\end{bmatrix},$$

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно разделимые классы

Видим, что из-за ошибок классификации изменения в вектор весов вносятся на первом и третьем шагах.

Поскольку решение считается полученным, если все обучающиеся выборки прошли через сеть без ошибок, то выборку необходимо предъявить снова. Поэтому процесс обучения продолжается считая **y(5) = y(1), y6 = y(2), y(7) = y(3), y(8) = y(4)** и т.д.

В этом примере сходимость наступает на 14-ом шаге.

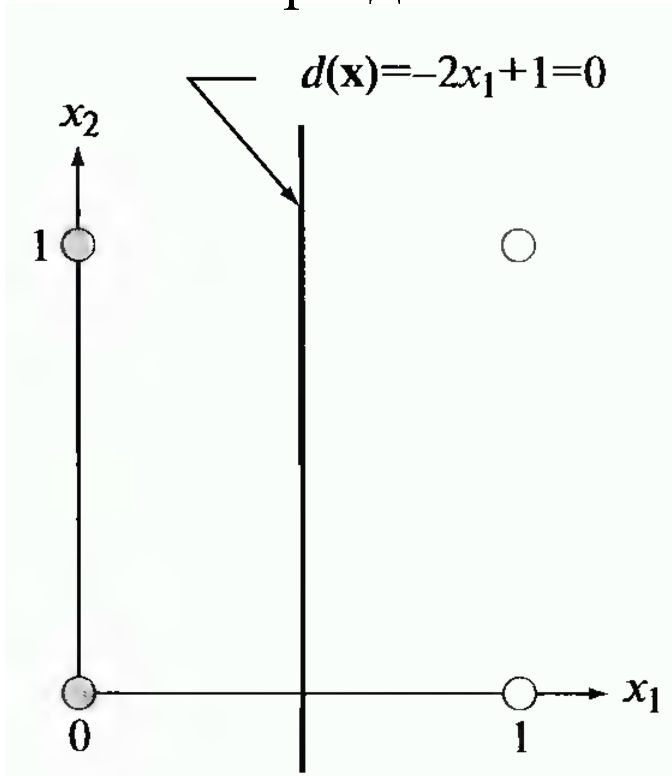
Полученным решением является весовой вектор $w(14) = (-2,0,1)^T$.

Соответствующая дискриминантная функция $d(y) = -2y_1 + 1$.

Полагая $x_i = y_i$, вернемся к исходному пространству признаков, тогда $d(x) = -2x_1 + 1$. Приравнивая ее к нулю получаем уравнение разделяющей плоскости.

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно разделимые классы



Неразделимые классы

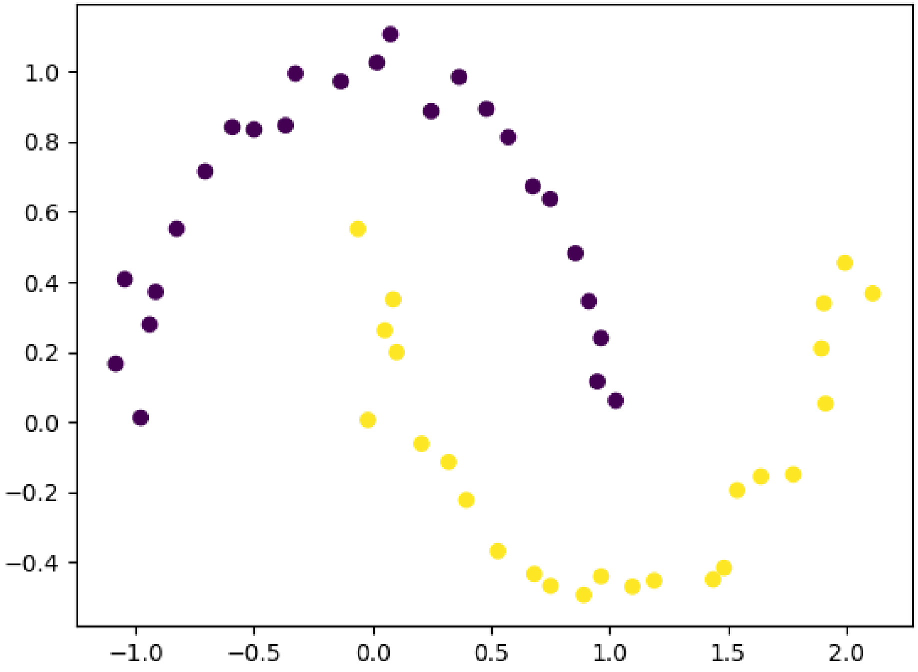
Один из первых удачных методов называется **дельта – правило наименьшего среднего квадрата**. На каждом шаге обучения он минимизирует ошибку между фактической и желаемой реакциями.

Персептрон для двух классов

Алгоритмы обучения

Линейно неразделимые классы

Пример линейно неразделимых классов.



Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно неразделимые классы

Рассмотрим целевую функцию

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2}\left(r - \mathbf{w}^T \mathbf{y}\right)^2, \qquad (1)$$

где r - желаемая реакция ($r = +1$, если расширенный вектор признаков **y** объекта из обучающей выборки принадлежит первому классу и $r = -1$ если **y** принадлежит второму классу).

Задача состоит в том, чтобы корректировать вектор весов в направлении противоположном градиенту $J(w)$ и найти минимум этой функции, который достигается при $r = w^T y$, что соответствует безошибочной классификации.

Обозначим через $w(k)$ весовой вектор на к-том шаге итерации. Тогда этот алгоритм градиентного спуска записывается так

$$w(k+1) = w(k) - \alpha \left[\frac{\partial J(w)}{\partial w} \right]_{w=w(k)}, \quad \alpha > 0 \quad (2)$$

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно неразделимые классы

Параметр α задает величину коррекции. Из уравнения (1) имеем

$$\frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} = -(r - \mathbf{w}^T \mathbf{y})\mathbf{y}.$$

Подстановка в рекуррентное соотношение (2) дает

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \alpha\left[r(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{y}(k)\right]\mathbf{y}(k), \qquad (3)$$

причем начальное значение весового вектора $w(1)$ можно задавать произвольно. Изменение весового вектора Δw на следующей итерации будет

$$\Delta w = w(k+1) - w(k).$$

Тогда уравнение (3) записывается в форме дельта коррекции

$$\Delta w = \alpha e(k) y(k), \quad e(k) = r(k) - w^T(k) y(k). \qquad (4)$$

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно неразделимые классы

Где **e(k)** – величина ошибки, допущенной при использовании весового вектора **w(k)** при распознаваниии объекта **y(k)**.

Предыдущее равенство (4) показывает величину ошибки для весового вектора w(k). Если заменить его на w(k+1) и оставить объект тем же самым y(k), то ошибка станет равной

$$e(k) = r(k) - w^T(k+1)y(k).$$

Величина изменения ошибки составит

$$\Delta e(k) = \left[r(k) - \mathbf{w}^T(k+1)\mathbf{y}(k) \right] - \left[r(k) - \mathbf{w}^T(k)\mathbf{y}(k) \right] =$$

$$= -\left[\mathbf{w}^T(k+1) - \mathbf{w}^T(k) \right]\mathbf{y}(k) = -\Delta \mathbf{w}^T \mathbf{y}(k).$$

учитывая, что $\Delta w = \alpha e(k) y(k)$, получим

$$\Delta e = -\alpha e(k)\mathbf{y}^T(k)\mathbf{y}(k) = -\alpha e(k)\|\mathbf{y}(k)\|^2.$$

Следовательно при изменении весов происходит уменьшение ошибки с коэффициентом $\alpha \| y(k) \|^2$.

Персептрон для двух классов. Алгоритмы обучения

Линейно неразделимые классы

От выбора параметра α зависит скорость и устойчивость сходимости алгоритма.

На практике он выбирается из интервала (0.1, 1.0). Доказано, что этот алгоритм сходится к решению, минимизирующему средний квадрат ошибки на образах обучающей выборки.

Если классы линейно разделимы, то этот алгоритм не обязательно строит решение в виде разделяющей гиперплоскости, т.е., решение необязательно является решением в смысле теоремы о сходимости персептрона.