

Функциональное программирование

Задание 1*

FP1 Определите свободные и связанные переменные в термах и выполните подстановки:

$$\begin{aligned}
 & [ux/x] (x\lambda y.yx) \\
 & [uy/x] (x\lambda y.yx) \\
 & [xz/y] (xy(\lambda xz.xyz)y) \\
 & [x(\lambda t.tt)s/x] (\lambda t.x(\lambda s.sx)t) \\
 & [y(\lambda v.vx)/w] ((\lambda x.x(\lambda y.yx)w)(\lambda w.wv))
 \end{aligned}$$

FP2 Уберите лишние скобки и при возможности выполните β — преобразование:

$$\begin{aligned}
 & ((\lambda x(y.((xy)z)))(a(bc))) \\
 & ((\lambda x.(\lambda y.((yx)x)))(x(xy))y)
 \end{aligned}$$

FP3 Покажите, что:

$$\mathbf{SKK} = \mathbf{I}$$

FP4 Определите терм для оператора XOR.

FP5 Реализуйте для чисел Чёрча функцию возведения в степень.

FP6 Покажите, что:

$$\mathbf{B} = \mathbf{S(KS)K}$$

FP7 Мы определяли оператор NOT как:

$$not \equiv \lambda b.b\ fls\ tru$$

Найдите более «короткую» (в смысле длины терма см. ниже) версию оператора NOT. Длина терма M ($lgh(M)$):

$$\begin{aligned}
 lgh(x) &= 1, x \in V \\
 lgh(MN) &= lgh(M) + lgh(N), M \in \Lambda \wedge N \in \Lambda \\
 lgh(\lambda x.M) &= 1 + lgh(M), x \in V \wedge M \in \Lambda
 \end{aligned}$$

Например, для $M \equiv x(\lambda y.yux)$ длина терма равна 5.

Для $M \equiv \lambda b.b\ fls\ tru \equiv \lambda b.b\ (\lambda t f.f)\ (\lambda t f.t)$ длина терма равна 8.

FP8 Реализуйте для чисел Чёрча функцию $isEven$, возвращающую tru на четных числах и fls на нечетных.

Задания 1 – 5 обязательные.